



INVESTICE DO ROZVOJE VZDĚLÁVÁNÍ

Škola:	Střední škola obchodní, České Budějovice, Husova 9
Projekt MŠMT ČR:	EU PENÍZE ŠKOLÁM
Číslo projektu:	CZ.1.07/1.5.00/34.0536
Název projektu školy:	Výuka s ICT na SŠ obchodní České Budějovice
Šablona III/2:	Inovace a zkvalitnění výuky prostřednictvím ICT
Číslo šablony:	VY_32_INOVACE_MAT_382
Předmět:	Matematika
Tematický okruh:	Kombinatorika a pravděpodobnost
Autor, spoluautor:	Mgr. Iva Kálalová
Název DUMu:	Faktoriál – úpravy výrazů
Pořadové číslo DUMu:	02
Stručná anotace:	<p>Prezentace obsahuje zopakování výpočtu faktoriálu a je dále zaměřena na pochopení úpravy lomených výrazů s faktoriály s využitím rozkladu faktoriálu na nižší faktoriál.</p> <p>V jednotlivých úkolech žáci pracují samostatně, výsledky jsou postupně kontrolovány a opravovány, aby žáci nepracovali s případnou chybou.</p>
Ročník:	3.
Obor vzdělání:	63-41-M/01 Ekonomika a podnikání, 65-42-M/02 Cestovní ruch
Metodický pokyn:	Žáci použijí první snímek k zopakování již probraného učiva a poslední snímek prezentace k ověření pochopení úpravy výrazů s faktoriály.
Výsledky vzdělávání:	Žák bezchybně upraví výraz s faktoriály.
Vytvořeno dne:	8. 2. 2013
Pokud není uvedeno jinak, uvedený materiál je z vlastních zdrojů autora.	

FAKTORIÁL

úpravy výrazů

Zopakujme si výpočet faktoriálu:

Vypočtete zpaměti:

$$3!$$

$$2! - 0!$$

$$(-1)!$$

Vypočtete s využitím rozkladu
na nižší faktoriál:

$$a) \frac{10! \cdot 0!}{8! \cdot 4} =$$

Vypočtete s využitím rozkladu
na nižší faktoriál:

$$b) \frac{4! + 3! - 5!}{3!} =$$

Rozkládáme vždy faktoriál vyššího čísla

$$a) \frac{10! \cdot 0!}{8! \cdot 4} = \frac{10 \cdot 9 \cdot \cancel{8!} \cdot 1}{\cancel{8!} \cdot 4} = \frac{10 \cdot 9}{4} = \frac{5 \cdot 9}{2} = \frac{45}{2}$$

$$b) \frac{4! + 3! - 5!}{3!} = \frac{4 \cdot 3! + 3! - 5 \cdot 4 \cdot 3!}{3!} =$$
$$= \frac{\cancel{3!} \cdot (4 + 1 - 20)}{\cancel{3!}} = 4 + 1 - 20 = -15$$

Nyní se podíváme jak upravit lomený výraz s faktoriály

$$\text{např. } \frac{(n+3)!}{(n+1)!} \quad n \in \mathbb{N}$$

využijeme opět rozkladu faktoriálu

rozklad nám umožní zlomek zkrátit

vždy rozkládáme vyšší faktoriál na nižší

vyšším faktoriálem je $(n + 3)!$

Při rozkladu postupujeme dle definice

faktoriálu: $n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n \cdot (n - 1) \dots 2 \cdot 1$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n \cdot (n - 1) \dots 2 \cdot 1$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n!$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2) \cdot (n + 1) \cdot n \cdot (n - 1) \dots 2 \cdot 1$$

$$(n + 3)! = (n + 3) \cdot (n + 2)!$$

$$n! = n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 3 \cdot 2 \cdot 1$$

$$n \in \mathbb{N}$$

Rozepište následující faktoriály:

$$(n + 5)! = (n + 5) \cdot (n + 4) \cdot (n + 3) \cdot (n + 2) \dots 2 \cdot 1$$

$$(n + 1)! = (n + 1) \cdot n \cdot (n - 1) \cdot (n - 2) \dots 2 \cdot 1$$

$$(n - 2)! = (n - 2) \cdot (n - 3) \cdot (n - 4) \cdot (n - 5) \dots 2 \cdot 1$$

Jsou dané faktoriály definovány pro libovolné přirozené číslo n ?

Tento faktoriál je definován pro $n \geq 2$

Zjednodušte výrazy, určete podmínky řešitelnosti faktoriálu:

a) $\frac{(n+3)!}{(n+1)!} = \frac{(n+3) \cdot (n+2) \cdot (n+1)!}{(n+1)!} =$

rozložíme vyšší faktoriál

$$= (n+3) \cdot (n+2) = n^2 + 2n + 3n + 6 =$$

$$= n^2 + 5n + 6$$

$$n \in N$$

b) $\frac{(n-1)!}{(n+1)!} = \frac{\cancel{(n-1)!}}{(n+1) \cdot n \cdot \cancel{(n-1)!}} =$

rozložíme vyšší faktoriál

$$= \frac{1}{(n+1) \cdot n} = \frac{1}{n^2 + n}$$

$$n \in N, n \geq 1$$

rozložíme vyšší faktoriál

$$c) \frac{(n-6)!}{(n-8)! \cdot (n^2-49)} = \frac{(n-6) \cdot (n-7) \cdot \cancel{(n-8)!}}{\cancel{(n-8)!} \cdot (n^2-49)} =$$

$$= \frac{(n-6) \cdot (n-7)}{(n^2-49)} = \frac{(n-6) \cdot \cancel{(n-7)}}{\cancel{(n-7)} \cdot (n+7)} = \frac{n-6}{n+7}$$

$$a^2 - b^2 = (a-b) \cdot (a+b)$$

$$n \in N, n \geq 8$$

Podmínka řešitelnosti faktoriálu zahrnuje
i podmínku $n \neq \pm 7$

$$d) \frac{(n+1)!}{(n-1)!} + \frac{(n+5)!}{(n+4)!} - \frac{(n-6)!}{(n-7)!}$$

$$= \frac{(n+1) \cdot n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} + \frac{(n+5) \cdot \cancel{(n+4)!}}{\cancel{(n+4)!}} - \frac{(n-6) \cdot \cancel{(n-7)!}}{\cancel{(n-7)!}} =$$

rozložíme vyšší faktoriály

$$= (n+1) \cdot n + (n+5) - (n-6) =$$

$$= n^2 + n + n + 5 - n + 6 = n^2 + n + 11$$

$$n \in N, n \geq 7$$

$$\begin{aligned}
 \text{e) } \frac{(n+1)! - n \cdot n!}{(n-1)!} &= \frac{(n+1) \cdot n! - n \cdot n!}{(n-1)!} = \frac{n! \cdot (n+1-n)}{(n-1)!} \\
 &= \frac{n! \cdot (1)}{(n-1)!} = \frac{n!}{(n-1)!} = \frac{n \cdot \cancel{(n-1)!}}{\cancel{(n-1)!}} = n \quad n \in N, n \geq 1
 \end{aligned}$$

abychom mohli ve zlomku zkrátit faktoriály,
musíme čítec zlomku upravit na součin

úpravu na součin provedeme pomocí
vytýkání před závorku

nejprve musíme v čitateli rozložit
vyšší faktoriál

Zjednodušte výrazy:

$$f) \frac{(n+2)!}{(n-1)!} = n^3 + 3n^2 + 2n$$



$$g) \frac{(n-2)!}{(n-1)!} = \frac{1}{n-1}$$



$$h) \frac{(n+3)!}{(n+2)!} - \frac{(n+1)!}{n!} = 2$$



$$f) \frac{(n+2)!}{(n-1)!} = \frac{(n+2) \cdot (n+1) \cdot n \cdot (n-1)!}{(n-1)!} =$$

$$= (n+2) \cdot (n+1) \cdot n =$$

$$= (n^2 + n + 2n + 2) \cdot n =$$

$$= (n^2 + 3n + 2) \cdot n =$$

$$= n^3 + 3n^2 + 2n$$

$$n \geq 1$$



$$\text{gg) } \frac{(n-2)!}{(n-1)!} = \frac{(n-2)!}{(n-1) \cdot (n-2)!} = \frac{1}{n-1}$$

$$n \geq 2$$



$$h) \frac{(n+3)!}{(n+2)!} - \frac{(n+1)!}{n!} =$$

$$= \frac{(n+3) \cdot (n+2)!}{(n+2)!} - \frac{(n+1) \cdot n!}{n!} =$$

$$= (n+3) - (n+1) = n+3 - n - 1 =$$

$$= 2$$



Použité zdroje:

HUDCOVÁ, Milada a Libuše KUBIČÍKOVÁ.
*Sbírka úloh z matematiky pro SOŠ, SOU a
nástavbové studium.*

1. vyd. Praha: Prometheus, c2000, 415 s.
Učebnice pro střední školy (Prometheus).
ISBN 80-719-6165-5.